

Chronologische Übersicht
Funktionalanalysis und PDG
Stefan Müller
WS 2009/2010

1. Allg. Einführung, Prähilberträume, normierte Räume (Def.)
2. Normierte Räume (Bsp.), metrische Räume, topologische Räume
3. Vergleich von Topologien, Stetigkeit und Konvergenz, Konvergenz in metrischen Räumen, Vollständigkeit, Vervollständigung
4. Funktionenräume, C^0 , Hölder
5. Lebesgueintegral (Wiederholung), Faltung, Jensen, Sobolevräume I (Vervollständigung)
6. Sobolevräume II
7. Glatte Zerlegung der 1, Dichtheit von C^∞ , Produktregel, Kettenregel I
8. Kettenregel II für Sobolevfunktionen, Nullrandwerte
9. Konvexe Teilmengen, Bestapproximation durch Projektion
10. Kompakte Teilmengen, Bestapproximation, Arzela-Ascoli
11. Präkompaktheit in L^p , beschränkte Operatoren (Def., elem. Eigenschaften)
12. Beispiele beschränkter Operatoren, Umkehrsatz, Neumannreihe, Potenzreihen von Operatoren
13. Riesz, Lax-Milgram, schwache Lösung Dirichletproblem, Poincaréungleichung
14. Neumannproblem, Vorteile / Nachteile schwacher Lösungen, Differenzenquotienten
15. $W_{loc}^{2,2}$ Regularität, Radon-Nikodym
16. Dualraum von L^p , Hahn-Banach I
17. Beweis Hahn-Banach I, Hahn-Banach II, Trennung von Unterräumen und konvexen Mengen
18. Dualraum von $C(K)$ und $C_0(U)$ (Riesz-Radon)
19. BV, Bairesches Kategorieargument, Prinzip der glm. Beschränktheit, Banach-Steinhaus
20. Prinzip der offenen Abb., Satz vom inversen Operator, Satz vom abgeschlossenen Graphen, Anwendung: keine $W_{loc}^{2,\infty}$ Abschätzungen für $\Delta u = f$, $f \in L^\infty$ (dyadische Zerlegung und Skalierung)
21. Schwache und schwach* Konvergenz, schwach* Kompaktheit, reflexive Banachräume

22. schwache Kompaktheit, Beispiele reflexiver Räume, Lemma von Mazur, Existenz für Variationsprobleme
23. Endlich dimensionale Approximation, Hamelbasis, Schauderbasis, Bsp: Haarbasis (ohne Beweis)
24. Orthonormalsystem, Besselsche Ungleichung, Orthonormalbasis, separabler Hilbertraum ist isometrisch zu l_2 , kompakt = vollstetig für reflexive Räume
25. (Kompakte) Soboleveinbettung für $W_0^{m,p}$
26. Standardbeispiel $|x|^\alpha$ für Sobolevfunktionen, Sobolevzahl, Soboleveinbettung von $W^{m,p}$ für Lipschitzgebiete, Kompaktheit von Δ^{-1}
27. Fredholmoperator, $\text{Id} - K$ mit K kompakt ist Fredholm mit Index 0, Fredholmalternative, Stetigkeit des Index
28. Pseudoinverse / Parametrix, Spektralsatz für kompakte Operatoren, adjungierter Operator, selbstadjungierter Operator, Spektralsatz für kompakte, selbstadjungierte Operatoren, Funktionen von solchen Operatoren, Variationsprinzip für größten oder kleinsten Eigenwert
29. Elliptische Differentialoperatoren zweiter Ordnung: Orthonormalbasis aus Eigenfunktionen, Fredholmalternative

Aus Zeitgründen wurde nicht behandelt (u.a.):

Distributionen (ein kurzer Abriss wurde zu Beginn der Vorlesung 'Einführung in PDG' gegeben)

Calderon-Zygmund Abschätzungen (= L^p Theorie)

$C^{k,\alpha}$ Abschätzungen (= Schauder Theorie)

Spursätze, z.B. Stetigkeit der Einbettung $W^{1,p}(U) \rightarrow L^p(\partial U)$ für Lipschitzgebiete

Spektralsatz für kompakte normale Operatoren ($T^*T = TT^*$)